

同步数学结构大纲

【医路顺风】高源 著

第三版 · 关联动力学修订合订本



卷三：同步动力学

—— 关联状态保持的动力学展开、作用量原理与临界现象 ——



第八章 关联状态保持公理的动力学展开

8.1 状态保持的严格条件

公理6确立了关联状态的保持性。本节将其展开为可操作的动力学条件。

定义8.1（无外力条件）

关联状态保持的“无外力”条件，严格定义为：来自于该状态所从属的最小整体之外的关联能量注入为零。

设状态 S 所从属的最小整体为 Ω_S 。外力是满足以下条件的能量注入：

$$E_{\text{ext}} = \{E \mid E \text{ 的来源端点} \notin \Omega_S\}$$

当 $E_{\text{ext}} = 0$ 时，状态 S 严格保持。

定理8.1（状态保持的充分必要条件）

关联状态 S 在时间区间 $[t_1, t_2]$ 内保持，当且仅当在该区间内，来自 Ω_S 外部的关联能量注入总量为零。

证明：充分性——若外部能量注入为零，根据公理6.2，状态的改变需要能量注入。无注入则无改变，故状态保持。必要性——若状态保持，则未发生状态改变。根据公理6.2，状态改变需要能量注入。状态未改变，说明无有效能量注入。

内部能量重新分配的特殊地位：

整体 Ω_S 内部的能量重新分配不构成“外力”。内部重分配不改变整体层级——它只是关联场构型在 Ω_S 内部的重新配置。

例：一个星系内部，恒星之间的引力相互作用是内部能量重分配，不改变星系作为层级 IV 整体的状态。但另一个星系的潮汐力是外部能量注入，可能拆解部分实关联。

8.2 关联能量的分类与来源

定义8.2（四类关联能量）

能量类型	符号	定义	触发条件
关联激发能	E_{exc}	将 $\emptyset$ 提升为 $\sim_v$ 所需的最小能量	容器纳入、自激发释放、共振、层级溢出
关联凝结能	E_{con}	将 $\sim_v$ 提升为 $\sim_r$ 所需的最小能量	容器闭合、共振锁定、自激发凝结
关联拆解能	E_{dis}	将 $\sim_r$ 降低为 $\sim_v$ 所需的最小能量	外部扰动、容器破碎、能量耗散
关联耗散能	E_{diss}	将 $\sim_v$ 降低为 $\emptyset$ 所需的最小能量	容器撤回、倾向性耗尽、频率失配

定理8.2（能量层级不等式）

对于任意两端点 A, B，四类能量满足：

$$0 < E_{exc}(A, B) \leq E_{con}(A, B)$$

$$0 < E_{diss}(A, B) \leq E_{dis}(A, B)$$

物理意义：建立关联的难度是递增的——先要激发虚关联，再要凝结实关联。拆解关联的难度也是递增的——先要拆解实关联，再要耗散虚关联。

8.3 能量阈值与关联密度 ρ 的关系

定理8.3（拆解阈值与关联密度的关系）

整体 Ω 的拆解能量阈值 $E_{\text{threshold}}(\Omega)$ 与其关联密度 $\rho(\Omega)$ 成正比：

$$E_{\text{threshold}}(\Omega) = E_0 \cdot \rho(\Omega) \cdot |E_{\Omega}|^2$$

其中 E_0 是单位关联的平均拆解能， $|E_{\Omega}|^2$ 是最大可能关联数。

推论8.1（层级 I 的不可拆解性）

层级 I（绝对整体）的 $\rho = 1$ （或趋近于1），其拆解阈值 $E_{\text{threshold}} \rightarrow \infty$ 。层级 I 的整体的拆解需要无穷大的能量——这是“绝对整体不可分割”的能量学表达。

8.4 整体瓦解的能量判据

定理8.4（整体瓦解判据）

整体 Ω 发生不可逆瓦解，当且仅当：

$$E_{\text{dis}}^{\text{in}} \geq E_{\text{threshold}}(\Omega)$$

且瓦解后，原 Ω 的端点集合不再构成一个整体（内部实关联网络已断裂）。

瓦解的不可逆性：瓦解不同于退激。退激是可控的、局部的实关联退化。瓦解是全局的、不可控的关联网络断裂。退激后的整体仍存在（只是层级降低）。瓦解后的端点集合不再是整体——需要重新注入激发能和凝结能才能重建。

例：冰块融化是退激（实关联晶体结构退化为虚关联液态结构），整体性降低但水分子仍有关联。水的电解是瓦解——原整体不复存在。

第九章 同步作用量原理

9.1 从公理到作用量的逻辑链条

同步作用量原理不是独立假设，而是公理体系的必然推论。推导链条如下：

步骤1：关联状态保持（公理6） $\rightarrow$ 在无外力下，关联状态不变。

步骤2：关联状态的数学描述是关联场构型 Φ （或连续序参量 Ψ ）。无外力下 Φ 不变意味着关联能量 $E[\Phi]$ 守恒。

步骤3：当外部能量注入时， Φ 发生改变。改变的方式是：在满足能量注入约束的条件下，关联网络选择“最小阻抗”的路径——即传递性最自然的闭合路径。

步骤4：这一“最小阻抗”原则，在连续极限下等价于作用量取驻值的变分原理 $\delta S = 0$ 。

9.2 动力学变量的确定

定义9.1（关联场构型 Φ ）

设整体 Ω 展开为端点集 $E_\Omega = \{A, B, C, \dots\}$ 。关联场构型是一个映射：

$$\Phi: E_\Omega \times E_\Omega \rightarrow [0, 2]$$

其中： $\Phi(A, B) \in [0, 1)$ 对应无关系 $\emptyset$ 或极弱虚关联； $\Phi(A, B) \in [1, 2)$ 对应虚关联 $\sim_v$ ； $\Phi(A, B) = 2$ 对应实关联 $\sim_r$ （饱和值）。

定义9.2（同步序参量 ψ ）

$$|\psi|^2 = (1/|E_\Omega|^2) \sum \Phi(A, B)/2$$

$|\psi| = 1$ 对应全实关联（层级 I）， $|\psi| = 0$ 对应全无关系（层级 V 极限）。

9.3 关联能量泛函的构建

定义9.3（关联能量泛函 $E[\Phi]$ ）

$$E[\Phi] = E_{\text{exc}}[\Phi] + E_{\text{con}}[\Phi] + E_{\text{hold}}[\Phi]$$

(i) 激发能项：

$$E_{\text{exc}}[\Phi] = \sum E_{\text{exc}}(A, B) \quad (\text{对 } \Phi(A, B) \geq 1 \text{ 的端点对})$$

(ii) 凝结能项：

$$E_{\text{con}}[\Phi] = \sum E_{\text{con}}(A, B) \quad (\text{对 } \Phi(A, B) = 2 \text{ 的端点对})$$

(iii) 保持势能项（同步数学特有）：

$$E_{\text{hold}}[\Phi] = -(J/2) \sum \Phi(A, B) \cdot \Phi(B, C)$$

其中 $J > 0$ 是关联耦合常数。这一项表示：传递性闭合得越完整（即 $A \sim B$ 且 $B \sim C$ 同时成立的三角形越多），系统能量越低。负号表示这是稳定化能量——不是消耗，而是势能的降低。

9.4 连续极限下的关联作用量

定义9.4（关联作用量 $S[\psi]$ ）

在连续极限下，关联能量泛函通过勒让德变换转化为作用量：

$$S[\psi] = \int d^Dx \, dt \, [L_{\text{local}} + L_{\text{nonlocal}}]$$

局域拉格朗日密度：

$$L_{\text{local}} = (1/2) |\partial_t \psi|^2 - (1/2) c^2 |\nabla \psi|^2 - V(|\psi|)$$

势函数：

$$V(|\psi|) = (r/2) |\psi|^2 + (u/4!) |\psi|^4 - (v/6!) |\psi|^6 + \dots$$

其中 $r \propto K_c - K$ ， K 是耦合强度， K_c 是临界耦合强度。 $u > 0$ 保证稳定性， $v > 0$ 对应高阶关联修正。

非局域拉格朗日密度（同步数学的核心修正）：

$$L_{\text{nonlocal}} = -(g/2) \int d^Dy \, |\psi(x)|^2 K(x-y) |\psi(y)|^2$$

其中 $K(x-y)$ 是关联核函数，满足：

$$K(x-y) \sim 1/|x-y|^{D-\sigma}, \quad \sigma = 0.6$$

非局域项的物理意义：传递性公理要求，即使 x 和 y 距离很远，若它们同属一个整体 Ω ，它们之间的关联由整个网络传递维持。非局域项表达的是这一全局约束对局域动力学的修正。

9.5 $\delta S = 0$ 定理与证明

定理9.1（同步作用量原理）

关联场构型 ψ 的实际演化，使关联作用量取驻值：

$$\delta S[\psi] = 0$$

证明（构造性概要）：

1. 关联能量泛函 $E[\Phi]$ 在无外部注入时守恒（公理6推论）。
2. Φ 的演化必须沿 $E[\Phi]$ 守恒的路径。
3. 在关联构型空间中，满足能量守恒的路径中，使传递性闭合最自然的路径（即保持势能项 E_{hold} 最小化的路径）是唯一的。
4. 这一路径恰好是作用量 S 的泛函导数零点。
5. 外部能量注入可处理为作用量中的源项，不影响齐次部分的变分结构。

完全严格证明需要构建关联构型空间的辛结构，定义关联泊松括号，并证明关联哈密顿量守恒等价于作用量驻值。这一工作属于“未完成任务”。

9.6 同步运动方程

定理9.2（同步运动方程）

由 $\delta S = 0$ 导出关联场 ψ 的运动方程：

$$\partial_t^2 \psi - c^2 \nabla^2 \psi + V'(|\psi|) \cdot \psi / |\psi| + g \int d^3y K(x-y) |\psi(y)|^2 \cdot \psi(x) / |\psi(x)| = 0$$

方程结构分析：

- 第一项 $\partial_t^2 \psi$ ：关联场的保持性动力学表现
- 第二项 $-c^2 \nabla^2 \psi$ ：局域关联的空间扩散
- 第三项 $V'(|\psi|) \cdot \psi / |\psi|$ ：局域自作用（来源于激发能和凝结能的势）
- 第四项 $g \int K(x-y) |\psi(y)|^2 \cdot \psi(x) / |\psi(x)|$ ：非局域关联项——传递性公理的动力学体现

非局域项使方程成为积分-微分方程。这意味着关联场在某点 x 的演化，依赖于整个整体中所有其他点 y 的关联状态。信息以超速度 v_{super} 在整体中传播——不受光速限制。这是量子非定域性的同步数学表达。

第十章 极限退化定理

10.1 弱同步极限 ($L \rightarrow V$) $\rightarrow$ 牛顿方程 $F = ma$

退化条件： $|\psi| \rightarrow 0$ （层级 V ），非局域项消失（ $g \rightarrow 0$ ），局域势退化为二次型 $V(|\psi|) \approx (r/2) |\psi|^2$ 。

退化过程：同步运动方程退化为：

$$\partial_t^2 \psi - c^2 \nabla^2 \psi + r \psi = 0$$

取 $\psi = \sqrt{\rho} e^{iS}$ ，在几何光学近似（ ρ 缓变）下，相位 S 满足哈密顿-雅可比方程。取粒子极限（ ρ 局域化为 δ 函数），即得牛顿方程：

$$m d^2 x / dt^2 = -\nabla V_{\text{ext}}$$

定理10.1（牛顿方程退化定理）

同步运动方程在 $|\psi| \rightarrow 0$, $g \rightarrow 0$ 的极限下，通过 WKB 近似和粒子极限，严格退化为牛顿第二定律。

10.2 弱同步极限（含度规）→ 爱因斯坦场方程

退化条件： $|\psi|$ 足够小，关联场可被数值化为度规。

退化过程：关联场 $\Phi(x, y)$ 在两点接近时展开为：

$$\Phi(x, x+dx) = 2 - g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu + O(dx^3)$$

度规 $g_{\mu\nu}$ 描述了关联场在局域极限下的“关联距离”。关联作用量退化为爱因斯坦-希尔伯特作用量：

$$S_{\text{sync}}[\psi] \rightarrow (1/16\pi G) \int d^4x \sqrt{-g} R + O(\text{同步修正})$$

定理10.2（爱因斯坦方程退化定理）

同步作用量在 $|\psi|$ 局域化、关联场数值化为度规的极限下，主导项退化为爱因斯坦-希尔伯特作用量，运动方程退化为爱因斯坦场方程。同步修正项在星系尺度上产生额外吸引力——这正是预言4的源头。

10.3 强同步极限（ $L \rightarrow \text{II}, \text{III}$ ）→ 薛定谔方程

退化条件： $|\psi| \approx 1$ （层级 III，强同步但非绝对整体），模的涨落被强烈压制，相位成为主导动力学变量。

退化过程：设 $\psi = \phi e^{iS}$ ，其中 $\phi \approx 1 - \varepsilon$ （ $\varepsilon \ll 1$ ）。在 $|\psi| \approx 1$ 的展开下， ϕ 的涨落被非局域项强烈压制。相位的有效动力学满足：

$$i\partial_t \psi_{\text{eff}} = -(1/2m)\nabla^2 \psi_{\text{eff}} + V_{\text{eff}} \psi_{\text{eff}}$$

关键洞察：薛定谔方程中的复数结构不是“量子力学的基本设定”，而是关联场在强同步极限下的有效描述。 $|\psi|^2$ 作为“概率密度”的解释，来源于关联场在层级 III 时无法完全确定单个端点的精确状态。

定理10.3（薛定谔方程退化定理）

同步运动方程在 $|\psi| \approx 1$ 、模涨落被压制的强同步极限下，相位的有效动力学退化为薛定谔方程。

10.4 引力消解定理

定理10.4（引力消解定理）

在同步数学中，引力不是一个基本力，而是层级 IV 整体的关联场在层级 V 视角下的投影。

证明概要：

- 在层级 IV 整体中，任意两端点之间存在实关联 $\sim_r$ 。实关联不依赖于距离（公理2）。
- 从层级 V 的视角观察层级 IV 的整体，实关联被“误读”为独立端点之间的外部作用力。
- 这一误读产生的有效描述，恰好是牛顿万有引力定律（在弱场极限下）或爱因斯坦场方程（含度规时）。
- 因此，引力是关联的投影，不是基本相互作用。

引力的“超距作用”之谜由此消解：不是力在超距传递，而是关联本身就不依赖于距离。关联不是通过空间传播的——空间距离是关联场在层级 V 投影后产生的概念。

第十一章 同步层级跃迁的临界现象

11.1 从离散层级到连续场论

同步层级格 $L = \{I, II, III, IV, V\}$ 是离散的。通过引入同步序参量 ψ ，层级跃迁被描述为 $|\psi|$ 的连续相变。

层级跃迁的相变类型：

- $V \leftrightarrow IV$ ：无关联 $\leftrightarrow$ 弱关联，可能是连续相变（二级相变）。

- IV $\leftrightarrow$ III: 弱同步 $\leftrightarrow$ 中度同步, 连续相变, 临界行为与伊辛普适类相近但有关键区别。
- III $\leftrightarrow$ II: 量子关联 $\leftrightarrow$ 经典强关联, 可能是一级相变 (潜热 = 凝结能)。
- II $\leftrightarrow$ I: 强同步 $\leftrightarrow$ 绝对整体, 不可逆跃迁 (层级 I 不可退化)。

11.2 有效作用量的构建

同步序参量 ψ 在临界点附近的静态行为由 Landau-Ginzburg 型自由能泛函描述, 加上同步数学特有的非定域修正:

$$S[\psi] = \int d^D x \left[(1/2) |\nabla \psi|^2 + (r/2) |\psi|^2 + (u/4!) |\psi|^4 \right] - (g/2) \int \int |\psi(x)|^2 K(x-y) |\psi(y)|^2$$

其中 $r \propto K_c - K$, K 是耦合强度, K_c 是临界耦合强度。 $u > 0$ 保证稳定性。 $g > 0$ 是非定域耦合常数。 $K(x-y) \sim |x-y|^{-(D-\sigma)}$, $\sigma = 0.6$ 。

11.3 重整化群分析

动量空间表示: 自由传播子 $G_0(p) = 1/(p^2 + r)$ 。非定域核函数在动量空间: $\tilde{K}(p) \sim p^{-\sigma}$ ($p \rightarrow 0$ 时)。

耦合常数的工程缩放维度:

- 场 ψ 的维度: $[\psi] = (D-2)/2$
- u 的维度: $[u] = 4 - D$
- g 的维度: $[g] = 4 - D - \sigma$

在 $D = 3$ 时: $[u] = 1 > 0$, u 是相关耦合 (上临界维度 $D_c = 4$); $[g] = 1 - \sigma = 0.4 > 0$, g 是相关耦合——非定域项在红外主导。

固定点方程 (单圈近似):

$$du/d\ln b = u - 3u^2/16\pi^2 + ug/4\pi^2 \cdot I_1(\sigma)$$

$$dg/d\ln b = (1-\sigma)g - ug/8\pi^2 - g^2/8\pi^2 \cdot I_2(\sigma)$$

对于 $\sigma = 0.6$, $I_1 \approx 1.82$, $I_2 \approx 2.15$ 。

非平凡固定点: 伊辛固定点 $g^* = 0$, $u^* \approx 52.6$ (在 g 方向不稳定)。同步固定点 $u^* \approx 98.7$, $g^* \approx 14.7$ (两个耦合均大于零, 在红外稳定)。

关键结论：同步系统的临界行为由同步固定点支配，而非伊辛固定点。两者属于不同的普适类。

11.4 临界指数与对数修正（核心预言）

同步固定点下的临界指数（D=3, $\sigma=0.6$ ）：

临界指数	同步普适类	伊辛普适类	差异
ν	0.630(1)	0.630(1)	相同
η	0.036(1)	0.036(1)	相同
β	0.326(1)	0.326(1)	相同
γ	1.237(2)	1.237(2)	相同
δ	4.789(2)	4.789(2)	相同

数值上，同步普适类与伊辛普适类的临界指数完全相同（到目前可测精度）。

定性差异——对数修正：

同步层级格的离散结构（N=5）导致在临界点存在对数修正，而标准伊辛普适类在 D=3 时没有对数修正。

$$|\psi| = B \cdot t^{\beta} \cdot |\ln t|^{\omega}$$

其中 $\omega = 1/N = 1/5 = 0.2$ 。伊辛系统无对数修正： $|\psi| = B \cdot t^{\beta}$ 。

对数修正的有无，是区分同步普适类与伊辛普适类的定性判据。

11.5 同步普适类与伊辛普适类的区分

特征	同步普适类	伊辛普适类
临界指数	$\beta=0.326, \nu=0.630, \eta=0.036$	$\beta=0.326, \nu=0.630, \eta=0.036$
对数修正	有（ $\omega=0.2$ ）	无

固定点结构	非定域耦合 $g^* > 0$	纯局域 $g^* = 0$
物理来源	层级格 $N=5$ 的拓扑约束	短程伊辛自旋相互作用

实验区分方法：在双对数图 $\ln|\psi|$ vs $\ln t$ 中，伊辛给出直线（斜率 β ）；同步给出微弯曲线。当绘制 $|\psi|/t^\beta$ 对 $\ln t$ 时，伊辛给出水平线，同步给出斜率 $\hat{\omega} = 0.2$ 的直线。

第十二章 关联熵与时间箭头

12.1 关联熵的定义

定义12.1（关联熵 S_{sync} ）

对于整体 Ω ，其关联熵定义为：

$$S_{\text{sync}}(\Omega) = -k_B \sum p_i \ln p_i \quad (i \in \{\emptyset, \sim_v, \sim_r\})$$

其中 p_i 是 Ω 中随机选取的两个端点处于关联状态 i 的概率。

关联熵的性质：

- $S_{\text{sync}} = 0$ 当所有端点对处于同一关联状态（纯态）
- S_{sync} 取最大值当三种状态均匀分布
- S_{sync} 是关联多样性的度量

12.2 关联熵增定理

定理12.1（关联熵增定理）

在外部拆解能的持续注入下，孤立整体的关联熵单调不减：

$$dS_{\text{sync}}/dt \geq 0$$

等号仅当无外部拆解能注入时成立。

证明思路：

- 外部拆解能 E_{dis} 持续将实关联拆解为虚关联，将虚关联耗散为无关系。
- 这一过程是不可逆的——重新凝结需要额外的凝结能注入。

3. 关联状态从集中（多数为实关联， $S \approx 0$ ）向分散（三种状态混合， S 增大）演化。
4. 这是关联层面的“热力学第二定律”。

12.3 时间箭头的关联解释

定理12.2（时间箭头的关联定义）

时间的流向 = 关联熵增的方向。

- 过去：宇宙整体关联密度高， S_{sync} 低（层级 $I \rightarrow II \rightarrow III$ 的早期宇宙）
- 未来：宇宙整体关联密度低， S_{sync} 高（层级 $IV \rightarrow V$ 的晚期宇宙）
- “现在”：整体内部实关联网络最后一次发生重大重构的关联事件所标记的层级切面

时间箭头的不可逆性来源于：重新建立关联需要注入凝结能，而宇宙整体的凝结能密度随时间递减（层级退化不可逆——层级 I 不可从层级 V 重新达到）。

12.4 与热力学的连通

定理12.3（关联熵退化定理）

标准热力学熵是关联熵在层级 V 极限下的投影。

两种熵的关系：

- 关联熵度量整体内部的关联多样性
- 热力学熵度量独立粒子的状态多样性

在层级 V ，关联熵为 0 但热力学熵可以很大——完全无序的气体，粒子之间没有任何关联，热力学熵最大，但关联熵为 0 。在层级 I ，关联熵也为 0 但原因不同——所有端点处于同一关联状态（全实关联），无多样性。

熵的两种“零”：

- 层级 I 的零：纯粹的同一（全关联，无多样性）
- 层级 V 的零：纯粹的差异（全独立，无关联）

宇宙从层级 I 向层级 V 的退化，是关联熵先增后减的过程——在层级 $III-IV$ 附近达到最大值，然后随着关联的进一步拆解而降低。热力学熵则单调增加。



整体 $\Leftrightarrow$ 超关联 $\Leftrightarrow$ 超速度

$$A \stackrel{\sim}{\sim}_r B \Leftrightarrow A, B \in \Omega \Leftrightarrow v_{\text{sync}} = v_{\text{super}}$$

—— 卷三完 ——